

エレガントな解答

をもとむ

出題

出題

2

◎出題者

西山 豊

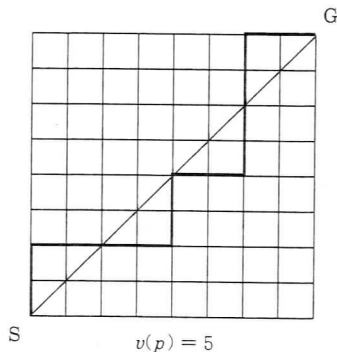
縦と横が $n \times n$ のマス目があります。左下隅の開始点(S)から右上隅の終了点(G)までの最短経路 $p \in P$ を考えるとき、この経路 p が対角線に出会う回数を $v(p)$ とします。ただし、開始点と終了点も対角線にあるとして回数に含めます。図では、対角線に5回出会っていることとなります。SからGへのすべての最短経路 P について考えるとき、対角線に出会う総回数を $V(n)$ とすると、

$$V(n) = 4^n$$

の関係式が成り立つことが知られています。たとえば、

$$V(2) = 16, V(3) = 64, V(4) = 256$$

です。このことをなるべく高校生程度の知識で証明できないものでしょうか。



●応募規定 [解答2012年3月号]…… B5判の用紙をご使用のうえ、解答用紙1枚ごとにA:問題の番号(例:12月号問1), B:住所, 氏名(ふりがなも明記, 誌上での仮名を希望される方は、こちらに明記), 年齢, 職業を記入して下記宛先までお送りください。

宛先 ●〒170-8474 東京都豊島区南大塚3-12-4 日本評論社 数学セミナー〈エレガントな解答をもとむ〉係

締切 ●2011年12月12日(必着)

注……二問に応募される場合は、解答用紙を問題ごとにかえてください/年齢を忘れずにお書きください/解答用紙は評者の便宜を考慮して片面のみに記載してください/両面の使用を不可とします/ワープロ等の出力は可。